

# 基于分形的3维竹子建模算法

王 琰<sup>1)</sup> 曾兰玲<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup>(沈阳理工大学信息科学与工程学院,沈阳 110168) <sup>2)</sup>(辽东学院信息技术与工程分院,丹东 118001)

**摘 要** 为了利用计算机自动地绘制出逼真的竹子图像,将竹秆的绘制分为两部分:采用分形图形学技术生成较直的竹秆;采用图形学中参数曲线拟合技术生成末端的弯曲枝条。通过对竹子整体形态进行观测统计后,得出枝干之间的夹角不是随机分布的,如果以 $90^\circ$ 为标准,满足黄金分割比。该文首先根据植物形态学原理、分形图形学技术和参数曲线拟合方法,并按照竹子的自然形态结构,构造出了竹子建模算法;经过统计和计算机试验给出了竹子的3维IFS码,根据此IFS码绘制出一片很逼真的竹林,速度较快,该竹林图像可以从各个角度进行多方位浏览。

**关键词** 分形 黄金分割比 植物形态 吸引子 IFS

**中图法分类号:** TP391.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1006-8961(2007)01-0177-06

## 3D Bamboo Reconstruction Method

WANG Yan<sup>1)</sup>, ZENG Lan-ling<sup>1),2)</sup>

<sup>1)</sup>(College of Information and Technology, Shenyang Ligong University, Shenyang 110168)

<sup>2)</sup>(Institute of Information and Technology, Liaodong College, Dandong 118001)

**Abstract** Bamboo are the important part in the sense of reality of the nature. Bamboo reconstruction generally based on two-dimension, use points draw the graph. This paper presents a new method of drawing 3D bamboo, the observation indicates the bamboo like golden section, bifurcate angles are the golden section of  $90^\circ$ . Combine plant morphology, computer graphics and fractal render 3D bamboo, use fractal method to draw the stems of bamboo, use spline curve to draw forniciform wattle. People can skim them in real-time and different points. According to the results of experiments, present the codes of IFS(Iterated Function System) of bamboo.

**Keywords** fractal, golden section, plant morphologic, attractor, IFS

## 1 引 言

草本科的竹子和树木在其形态结构的组成上有一个共同点,即都是由主干、分枝、叶子这些基员组成的,而每个基员的形成又遵循着一个同样的方式,即由主干上分生出第1层分枝,再由第1层分枝上生出第2层分枝,这样一层层分下去,直至叶子,其具有典型的自相似性。可以说,一棵竹子就是大自然中的一个分形。通过统计观察发现,竹枝间的夹角并不是随机分布的,一般的夹角在 $34.4^\circ$ 左右,如

果以 $90^\circ$ 为标准,则 $55.6^\circ$ 为黄金分割点( $90^\circ - 55.6^\circ = 34.4^\circ$ ),根据此规律,利用分形图形学技术就可以较逼真的模拟出一棵竹子和一片竹林。

## 2 原理及方法

### 2.1 竹子的形态学原理

竹子的地上部分为竹秆,端正通直,一般呈形圆中空状、有节,上部分枝着叶。每节有2环,下环为搜环,又叫鞘环,是竹筴脱落后留下的环痕;上环为秆环,是居间分生组织停止生长后留下的环痕。两

基金项目:教育部骨干教师资助计划项目(991621147)

收稿日期:2005-06-21;改回日期:2005-09-19

第一作者简介:王琰(1962~),女,教授。1999年于东北大学获得计算机软件于理论博士学位。主要研究方向为计算机图形学、虚拟现实技术和信息融合技术。E-mail:wy2228@sohu.com

环之间称为节内,两节之间称为节间。相邻两节间有一木质横隔,称为节隔,着生于节内部位。竹秆的节和节间形状及节间长度因竹种而有变化。

竹枝中空有节,枝节由锋环和枝环组成。按竹秆正常分枝情况可分为下列 4 种类型:

(1) 一枝型 竹秆每节单生 1 枝,如箬竹属竹种;

(2) 二枝型 竹秆每节 2 枝,1 主 1 次,长短大小有差异,如刚竹属竹种;

(3) 三枝型 竹秆每节生枝 3 枝,1 枚为中心主枝,两侧各生 1 枝次主枝,如唐竹属、大节竹属、方竹属的竹种;也有些竹种的竹秆中下部各节,每节 3 枝,在其上部各节,次主枝之侧又生枝 2~4 枝,形成 1 节 5~7 枚分枝,如苦竹属竹种;

(4) 多枝型 竹秆每节多枝丛生,如慈竹属、刺竹属、单竹属、牡竹属、思劳竹属等竹种,该类型有的主枝很粗长,如麻竹、撑篙竹、硬头黄竹等,有的主枝和侧枝区别不大,如青皮竹、孝顺竹、慈竹、粉单竹、沙罗竹等<sup>[1]</sup>。

众所周知,自相似性是分形的重要特征,和其他植物一样,竹子的自然形态结构也具有典型的分形特征,而分形是描述自然景物的最好语言<sup>[2]</sup>。本文以一枝型为例,根据竹子枝节间的自相似性来完成模拟过程中仿射变换的个数和构造。

### 2.2 分形学原理

定义 1 变换  $W: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  具有的形式为

$$W \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u \\ v \\ t \end{bmatrix}$$

其中,  $a, b, c, d, e, f, g, h, k, u, v, t$  为实数,则称  $W$  为一个 3 维仿射变换。当  $X \in \mathbf{R}^3$  时,上式可写为

$$W(X) = AX + t, \text{ 其中 } A = \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & k \end{bmatrix}, t = \begin{bmatrix} u \\ v \\ t \end{bmatrix}。t \text{ 为}$$

平移变换<sup>[3]</sup>。

$A$  是下面 4 种仿射变换的复合,其中

$$\begin{bmatrix} sx & 0 & 0 \\ 0 & sy & 0 \\ 0 & 0 & sz \end{bmatrix} \text{ 是控制叶片大小的缩放变换,}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \cos\alpha & 0 & \sin\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\alpha & 0 & \cos\alpha \end{bmatrix} \text{ 和}$$

$$\begin{bmatrix} \cos\beta & -\sin\beta & 0 \\ \sin\beta & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 是分别控制枝干绕 } X \text{ 轴、} Y \text{ 轴和 } Z \text{ 轴的旋转变换。}$$

定理 1 设仿射变换  $W: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$  形如  $W(X) = AX + t$ , 当且仅当谱半径  $r_\sigma(A) < 1$  时,变换  $W$  是压缩的映射变换<sup>[4]</sup>。

其中,谱半径  $r_\sigma(A) = \sup_{\lambda \in \sigma(A)} |\lambda|$ , 式中  $\lambda$  为矩阵  $A$  的特征值。

定理 2 一个迭代函数系统由一个完备度量空间  $(X, d)$  和一个有限压缩映射集  $W_n: X \rightarrow X, n = 1, 2, \dots, N$  组成,用 IFS  $\{X; W_n, n = 1, 2, \dots, N\}$  表示。其中实函数  $d$  是集合  $X$  中定义的某个度量(距离),则变换  $W$  定义为:  $W(B) = \bigcup_{n=1}^N W_n(B) \forall B \in \mathcal{X}(X)$  是完备空间  $(\mathcal{X}(X), h(d))$  上具有压缩因子  $s$  的压缩映射,即  $h(W(A), W(B)) \leq sh(A, B), \forall A, B \in \mathcal{X}(X)$ , 且  $P = \lim_{n \rightarrow \infty} W_n(B), P \in \mathcal{X}(X)$  被称为 IFS (iterated function system) 的吸引子,该吸引子就是一个分形<sup>[5]</sup>,其中  $\mathcal{X}(X)$  为由  $X$  的全体非空紧子集组成的空间。

定理 3 设  $(X, d)$  是度量空间,又设  $\{W_n, n = 1, 2, \dots, N\}$  是  $(\mathcal{X}(X), h(d))$  上的一族压缩映射,相应于  $W_n$  的压缩比为  $s_n$ , 由下式定义  $W: \mathcal{X}(X) \rightarrow \mathcal{X}(X)$

$$W(B) = W_1(B) \cup W_2(B) \dots \cup W_n(B) = \bigcup_{i=1}^n W_i(B), \forall B \in \mathcal{X}(X)$$

由此可知,  $W$  是具备压缩比为  $s = \max\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  的压缩映射。

## 3 算法实现

### 3.1 竹秆生成算法

#### 3.1.1 构造竹秆的仿射变换矩阵

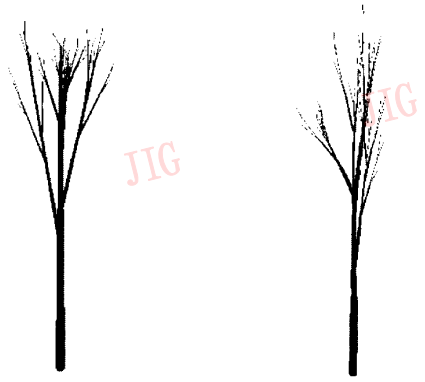
竹子的分枝大部分为 4~8 个不等,每一个分枝按此规律继续分生下去,主要有 4 个生长方向,相邻两个分枝夹角近似 90°, 每个分枝和生长轴之间的夹角在 35° 左右,上面分枝的夹角较小,如果以 90° 为单位,34.4° 为黄金分割点,即  $(90^\circ - 33.4^\circ) / 90^\circ = 0.618$  (保留小数点后 3 位),则通过对 10 棵竹子夹角的统计,60% 的角度在此范围。之所以具有此规律,可能这个角度有利于叶片充分吸收光照,可以最

大限度地进行光合作用的缘故。

根据竹子的形态特点,以及定义 1、定理 1 和定理 2 给出了由 4 个仿射变换构成的竹子迭代函数系统,其 IFS 码如表 1 所示。

表 1 3 维竹子的 IFS 码  
Tab.1 The IFS codes of 3D bamboo

$n$	$s_x$	$s_y$	$s_z$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$u$	$v$	$r$
1	0.40	0.80	0.40	-34	0	0	0	0.9	0
2	0.40	0.75	0.40	34	0	0	0	1.40	0
3	0.40	0.60	0.40	-34	0	0	0	1.80	0
4	0.70	0.70	0.70	0	0	0	0	2.00	0



(a) 无弯曲的分形竹秆 (b) 弯曲的分形竹秆

3.1.2 算法描述

(1) 由用户来设定竹子的初始参数(如层次数等)。其中叶的层次数  $L$  用来控制竹子大小和 IFS 在具体绘制树叶时的最大迭代次数;

(2) 根据用户设定的竹子初始参数值来构造迭代的初始区域  $R$ ;

(3) 判断  $L$  的值,如果  $L=0$ ,则结束,否则转到步骤(4);

(4) 若  $W(R) = \bigcup_{n=1}^6 W_n(R)$ ,  $L = L - 1$ ,  $R = W(R)$ ,则可绘制出新的区域  $R$ ,即递归生成竹子;

(5) 转步骤到(3)。

其中,  $W_1, W_2, \dots, W_4$  需满足  $r_\sigma(A_n) < 1, n = 1, 2, \dots, 4$  的条件,则构造出的这个 IFS 的吸引子就是要得到的 3 维分形竹子(如图 1 所示)。

3.2 调整竹秆弯曲算法

用上述生成竹秆的方法生成的竹子,整个形态较自然,竹体形态“笔直”,其虽不能体现自然竹子的随机弯曲(如图 1 所示),但可通过改进竹秆的画法,即采用分段画法来画出,段与段间还可以加入随机弯曲系数,以形成自然形态竹秆。现以分 3 段为例进行说明,画法如下:

(1) 由  $xz$  平面始,沿  $y$  轴正方向绘出竹秆的三分之一部分,并记录该段竹秆顶部的点的坐标;

(2) 以步骤(1)记录的坐标值,进行适当的缩放与旋转仿射变换后绘出竹秆的下一个三分之一部分,并记录该段竹秆顶部的点的坐标;

(3) 以步骤(2)记录的坐标值,再进行适当的缩放与旋转仿射变换后绘出竹秆最后一个三分之一部分,绘制完毕。

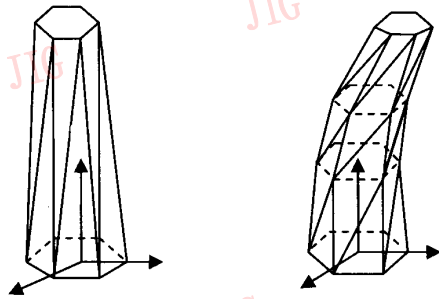
分段后的竹秆如图 2 所示,采用该竹秆画法生



(c) 带枝条的弯曲竹秆 (d) 带叶竹子

图 1 分形迭代生成的竹子

Fig.1 Results of 3D bamboo



(a) 分段前 (b) 分段后

图 2 弯曲竹秆画法

Fig.2 Bend Stick of 3D bamboo

成的竹形如图 1 所示。如进一步考虑到主干的弯曲程度不及侧枝弯曲程度大的特点,可以对主干和侧枝采用不同数目的分段和不同大小的弯曲系数来更

好地表现竹秆的自然形态。

为了减少分段后绘制多边形的个数,可以减少竹林中后面竹子的竹秆精细度,默认的是 5,即每节由 5 个梯形构成(如图 2 所示),如果将被遮挡住部分的竹秆精细度调到 3,甚至是 1,就可以提高绘制竹林的速度。

### 3.3 弯曲竹枝生成算法

竹子的侧支一般都很细,由于竹叶和自身重量的影响,致使竹子侧支都存在一定角度的弯曲。Prusinkiewicz 和 Weber 采用了不同的算法来绘制弯曲的枝条<sup>[6,7]</sup>。文献[6]是先分别给出所有枝条的弯曲系数,即组成各枝条片段的初始方向矢量及整个枝条的趋向性矢量,然后通过计算这两个矢量的乘积来得到每个片段的最终方向矢量,这样就得到了弯曲的枝条。文献[7]是先对植物的每个枝条设定两个偏转角度,然后将枝条的前半部和后半部分别以不同的偏转角度向下和向上偏转来模拟出 S 型枝条形状。虽然这两种方法都可以绘制出形象逼真的枝条,但由于计算量很大,影响绘制速度,为此本文采用二次参数曲线拟合的方法来绘制弯曲的竹条。

#### 3.3.1 二次曲线的一般参数方程

一般二次曲线的参数向量方程为

$$Q(w) = \frac{aw^2 + bw + c}{1 + e_1w + e_2w^2}, w \in [0,1] \quad (1)$$

其中,  $a, b, c$  为常数向量,  $e_1, e_2$  为常数。其所对应的代数方程为

$$\begin{aligned} x(w) &= \frac{a_xw^2 + b_xw + c_x}{1 + e_1w + e_2w^2}, w \in [0,1] \\ y(w) &= \frac{a_yw^2 + b_yw + c_y}{1 + e_1w + e_2w^2} \end{aligned} \quad (2)$$

这里  $a_x, b_x, c_x, a_y, b_y, c_y$  为参数方程的系数,通常可以利用这种形式的参数方程来描述抛物线、双曲线、椭圆等二次曲线。

给定 3 个控制点  $q_0, q_1, q_2$  并规定以下曲线的边界条件:

当  $w=0$  时,曲线过  $q_0$  点,且切于  $\overrightarrow{q_0q_1}$ ;

当  $w=1$  时,曲线过  $q_2$  点,且切于  $\overrightarrow{q_1q_2}$ 。

由于将边界条件带入式(2)就可以得出  $a_x, b_x, c_x, a_y, b_y, c_y$  的值,因此只要给定  $q_0, q_1, q_2$  3 点的坐标就可以确定曲线的位置,再给定  $e_1, e_2$  便可确定曲线的形状<sup>[8]</sup>。

#### 3.3.2 绘制弯曲的竹条

当  $e_1 = e_2 = 0$  时,  $Q(w) = aw^2 + bw + c, w \in$

$[0,1]$  所对应的代数方程为

$$\begin{aligned} x(w) &= a_xw^2 + b_xw + c_x \\ y(w) &= a_yw^2 + b_yw + c_y \end{aligned}, w \in [0,1] \quad (3)$$

若给定 3 个控制点  $q_0:(m_0, n_0), q_1:(m_1, n_1), q_2:(m_2, n_2)$ , 则由其决定的抛物线参数方程的系数为

$$\begin{aligned} c_x &= m_0 \\ c_y &= n_0 \\ b_x &= 2(m_1 - m_0) \\ b_y &= 2(n_1 - n_0) \\ a_x &= m_2 - 2m_1 + m_0 \\ a_y &= n_2 - 2n_1 + n_0 \end{aligned}$$

将式(3)离散化后的方程为

$$\begin{aligned} x_i &= a_xw_i^2 + b_xw_i + c_x \\ y_i &= a_yw_i^2 + b_yw_i + c_y \end{aligned} \quad (4)$$

其中,  $w_i = i \times \Delta w, i = 1, 2, \dots, N, N$  是离散化后所取点的个数,  $\Delta w$  为相应的步长,绘制竹枝时,先求得相应的  $x_i, y_i$ , 连接后即可拟合出相应的抛物线。随着枝条的增多,计算量也随之增加。根据观察可发现,由于竹子枝条的弯曲形状大体相似,因此可以用同一个拟合曲线,再通过改变枝条和枝干的夹角即可完成不同枝条的绘制。这虽然不能再现竹子真实的生长过程,但可以通过简单的计算来模拟出较为逼真的竹子实体(如图 1 所示)。

### 3.4 竹叶生成算法

众所周知,竹子的小叶每节 1 枚,交错排列成 2 行。每叶分叶鞘和叶片 2 部分。其中,叶鞘裹在小枝节间,其分布在和叶片连接处的内侧,有膜质片或纤毛,称为叶舌;两侧的耳状突起,称为叶耳。竹叶片呈长椭圆形至披针形,中脉突起,两边有侧脉数条,平行排列,叶缘一边有小锯齿,另一边则近于平滑。叶片下方通常具短柄<sup>[9]</sup>。

根据竹叶的自然形态特征,本文采用 2 个三角形拼出竹叶外形的基本形状(如图 3 所示)。由于自然界中的竹叶一般都不是扁平的,而是由两侧向中间折起,也就是说,构成竹叶的两个三角形不在同一平面上,因此通过计算各个平面的法线就可以在光照下由不同的颜色明暗来体现出树叶的立体形状。添加了三角形竹叶的一棵竹子如图 1 所示,用本文算法绘制的一片竹林如图 4 所示。

为了减少绘制时的多边形,可以将被遮挡住的竹叶省略不画,或只画其中的一半,这样可以提高绘

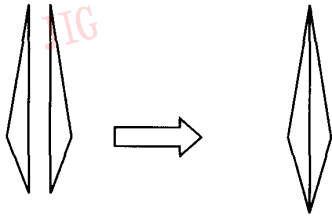
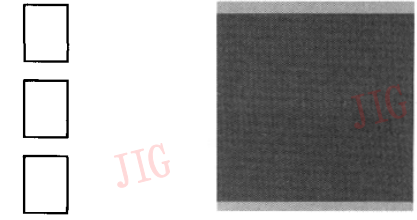


图 3 由 2 个三角形拼出竹叶形状  
Fig.3 Shape of 3D bamboo leaf



(a) 竹节 (b) 竹节纹理图  
图 5 竹节生成方法  
Fig.5 Texture of 3D bamboo



(a) 竹林



(b) 带弯曲系数生成的竹林

图 4 竹林

Fig.4 3D bambooes

制竹林的速度。

### 3.5 竹节生成算法

根据竹节的特征,可先采用分段技术来绘制竹秆,段与段的连接处即为竹节,其平面图如图 5 所示,然后采用纹理映射技术将图 5 的材质贴到竹秆上,即得到真实感较好的竹子图像(如图 1 和图 4 所示)。

### 3.6 收敛性证明

设度量空间  $(X, d)$  上的映射变换  $f: X \rightarrow X$  称作

压缩或压缩映射变换,如果存在一个常数  $0 \leq s < 1$ ,且使得  $d(f(x), f(y)) \leq sd(x, y), \forall x, y \in X$ ,其中  $s$  称为压缩因子,则  $f$  的向前迭代就是变换  $f^{(n)}: X \rightarrow X$ ,其定义为  $f^{(0)}(x) = x, f^{(1)}(x) = f(x), f^{(n+1)}(x) = f \circ f^{(n)}(x) = f(f^{(n)}(x)), n = 0, 1, 2, \dots$ ,

$N_0$ 。  $f^{(n)}(x)$  的另一种记法为  $\overbrace{f \circ f \circ f \circ \dots \circ f}^{n \text{次}}(x)$ 。由压缩映射定理知,当映射变换  $f$  为压缩映射时,序列  $\{f^{(n)}(x) : n = 0, 1, 2, \dots\}$  收敛到其不动点  $x_f$ ,即

$$\lim f^{(n)}(x) = x_f, x \in X$$

令  $x_0$  为一个初始向量,把迭代运用到定义 1 中的  $W(X) = AX + t$ ,则其第  $k$  次迭代为

$$x_k = W^{(k)}(x_0) = A^{(k)}x_0 + \left( \sum_{i=0}^{k-1} A^{(i)} \right) t$$

当且仅当矩阵  $A$  的谱半径  $r_\sigma(A) < 1$  时,有

$$\lim A^{(k)} = 0,$$

$$\lim \sum_{i=0}^{k-1} A^{(i)} = (I - A)^{-1},$$

故序列  $\{x_k\}$  收敛到变换  $W$  的不动点

$$x_f = (I - A)^{-1}t$$

由定理 1 可知,当且仅当谱半径  $r_\sigma(A) < 1$  时,变换  $W$  是压缩的,其中谱半径  $r_\sigma(A) = \sup_{\lambda \in \sigma(A)} |\lambda|$ ,式中  $\lambda$  为矩阵  $A$  的特征值。

矩阵  $A$  的特征方程为  $(A - \lambda E)x = 0$ ,它的非零解的充分必要条件是系数行列式,即特征多项式  $|A - \lambda E| = 0^{[5]}$ 。

根据表 1 的仿射变换就可以求出矩阵  $A$  中的各分量,再将其代入特征多项式,即

$$\begin{vmatrix} a - \lambda & b & c \\ d & e - \lambda & f \\ g & h & i - \lambda \end{vmatrix} = 0,$$

若解得  $r_\sigma(A_1) = \max\{0.40, 0.80, 0.40\} = 0.82 < 1$ ,则变换  $W_1$  是压缩的,依次可以验证  $W_2, \dots, W_4$  也是压缩的,根据定理 3 可知,若  $W$  是压缩的,则构造

的这个 IFS 的吸引子就是要得到的 3 维分形竹子。

## 4 结 论

通过对竹子整体形态的观测和统计,可得出如下竹子的形态规律:

(1) 竹子的每个侧枝和主枝之间的夹角在  $34.4^\circ$  左右,如果以  $90^\circ$  为标准,其满足黄金分割比,即  $(90^\circ - 34.4^\circ)/90^\circ = 0.618$ ;

(2) 竹子的侧枝一般有 4 至 8 个不等;

(3) 竹子主要有 4 个生长方向,相邻两个分支夹角近似  $90^\circ$ ;

本文将以上数据和计算机图形学结合起来构造出了比较真实的竹子模型,并根据定义 1 和定理 1,通过求谱半径计算后发现,竹子的 4 个仿射变换矩阵的谱半径均满足  $r_\sigma(A) < 1$ ,所以该 IFS 存在吸引子,即迭代结果必然是一个紧集。

3 维分形竹子是一种基于分形的采用多边形几何面来构造竹林的方法。该方法首先是依据植物形态的发生与发展规律绘制出竹子的形态信息,然后在 OpenGL 环境下利用各种成熟的光照、纹理方法来增强叶片的真实感,其可应用于虚拟场景中竹林的构造。

## 参考文献 (References)

- 1 Tomek Martyn. An elementary proof of correctness of the chaos game for IFS and its hierarchical and recurrent generalizations [J]. Computers & Graphics, 2002, 26(2): 221 ~ 227.
- 2 Baensley M F. Fractal functions and interpolation [A]. In: Proceedings of Constructive Approximation [C], College Station, Texas, USA, 1986, 2:303 ~ 329.
- 3 Li Shui-gen, Wu Ji-tao. Fractal and wavelet[M]. Beijing: Academic Press, 2003: 11 ~ 33. [李水根,吴纪桃. 分形与小波[M]. 北京: 科学出版社, 2003: 11 ~ 33.]
- 4 Zeng Wen-qu, Wang Xiang-yang. Fractal Theory and Computer Simulate[M]. Shenyang: Northeast University Press, 2001: 27 ~ 35. [曾文曲,王向阳. 分形理论与分形的计算机模拟[M]. 沈阳: 东北大学出版社, 2001: 27 ~ 35.]
- 5 Baensley M F. Fractals Everywhere [M]. New York: Academic Press, 1993.
- 6 Prusinkiewicz P, Lindemayer A. The algorithmic beauty of plants [M]. New York: Springer-Verlag, 1990.
- 7 Weber J, Penn J. Creation and rendering of realistic trees[A]. In: Proceedings Computer Graphics[C], Los Angeles, CA, USA, 1995: 119 ~ 128.
- 8 Hearn Donald, Baker Pauline M. Computer Graphics (Second Edition)[M]. New York: Pearson Education, Inc. 2002.
- 9 Coombes Allen J. Eyewitness Handbooks-trees [M]. London: Dorling Kindersley Limited, 1992.